TITLE:

分解能V$_{p,q}$の釣合い型一部実施s^m要因計画の分散分析(離散数理モデルにおける最適組合せ構造)

AUTHOR(S):

兵頭, 義史; 桑田, 正秀

CITATION:

兵頭, 義史 ...[et al]. 分解能V$_{p,q}$の釣合い型一部実施s^m要因計画の分散分析(離散数理モデルにおける最適組合せ構造). 数理解析研究所講究録 1993, 820: 91-101

ISSUE DATE:

1993-02

URL:

http://hdl.handle.net/2433/83171

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

数理解析研究所講究録
第 820 巻 1993 年 91-101

分解能 $\mathrm{V}_{p,q}$ の釣合い型一部実施 s^m 要因計画の分散分析

岡山理大・理　兵頭　義史　(Yoshifumi Hyodo)
広島大・総合科　桑田　正秀　(Masahide Kuwada)

実用的な実験において，“高次交互作用”および“主効果および低次交互作用の高次成分”を無視可能とする状況が経験的に仮定されている．一部実施s^m要因計画（s^m-FF計画）Tの線形模型は次式で与えられる：

$$\underline{y}(T) = E_T \underline{\theta}_{n(p,q)} + \underline{e}_T$$

ただし

$\underline{y}(T)$: $N \times 1$ 観測値ベクトル

E_T : $N \times n(p,q)$ 計画行列（$n(p,q) \equiv 1 + pm + q^2\binom{m}{2}$; $1 \le q \le p \le s-1$）

$\underline{\theta}_{n(p,q)} \equiv (\{\underline{\theta}'_{\underline{a}_0}\};\{\underline{\theta}'_{\underline{a}_i}\};\{\underline{\theta}'_{\underline{a}_{jj}}\};\{\underline{\theta}'_{\underline{a}_{k\ell}}\})'$: $n(p,q) \times 1$ 要因効果ベクトル

$\underline{e}_T$: $N \times 1$ 誤差ベクトル（$\underline{e}_T \sim N(\underline{0}, \sigma^2 I_N)$）

ここに

$\underline{\theta}'_{\underline{a}_0} \equiv (\{\theta(\phi)\})$: 一般平均

$\underline{\theta}'_{\underline{a}_i} \equiv (\{\theta(t^i) \mid 1 \le t \le m\})$: 主効果の i^{th} 成分（$1 \le i \le p$）

$\underline{\theta}'_{\underline{a}_{jj}} \equiv (\{\theta(t_1^j t_2^j) \mid 1 \le t_1 < t_2 \le m\})$: 2因子交互作用の $j^{th} \times j^{th}$ 成分（$1 \le j \le q$）

$\underline{\theta}'_{a_{k\ell}} \equiv (\{\theta(t_1^k t_2^\ell) \mid 1 \le t_1 \ne t_2 \le m\})$：2因子交互作用の$k^{th} \times \ell^{th}$成分$(1 \le k < \ell \le g)$

情報行列$M_\mathcal{T}$ $(\equiv E'_\mathcal{T} E_\mathcal{T})$が正則のとき，$\underline{\theta}_{n(p,g)}$のBLUEおよびその分散共分散行列は，それぞれ次式で与えられる：

(i) $\hat{\underline{\theta}}_{n(p,g)} = M_\mathcal{T}^{-1} E'_\mathcal{T} \underline{y}(\mathcal{T})$　　(ii) $Var[\hat{\underline{\theta}}_{n(p,g)}] = \sigma^2 M_\mathcal{T}^{-1}$

定義 1

s^m-FF計画$\mathcal{T}$において，その情報行列$M_\mathcal{T}$が正則のとき，$\mathcal{T}$を分解能$V_{p,g}$のs^m-FF計画という．特に$p=g=s-1$のとき，$\mathcal{T}$は分解能Vのs^m-FF計画とよばれる．

定義 2

$\mathcal{T}$を分解能$V_{p,g}$のs^m-FF計画とする．$\underline{\theta}_{n(p,g)}$のBLUE $\hat{\underline{\theta}}_{n(p,g)}$の分散共分散行列$Var[\hat{\underline{\theta}}_{n(p,g)}]$が$m$因子の任意の置換に関して不変であるとき，$\mathcal{T}$を分解能$V_{p,g}$の釣合い型一部実施$s^m$要因計画（$s^m$-BFF計画）という．

定義 3

シンボル$0, 1, \cdots, s-1$を要素とする$N \times m$配列$\mathcal{T}$において，その任意の$N \times t$部分配列$\mathcal{T}_0$の行として，重み$(i_0, i_1, \cdots, i_{s-1})$ (i_α：シンボルαの個数）をもつすべてのt次元行ベクトルが各々$\lambda_{i_0 i_1 \cdots i_{s-1}}$回現れるとき，$\mathcal{T}$を大きさ$N$，制約数$m$，$s$シンボル，強さ$t$，指標集合$\{\lambda_{i_0 i_1 \cdots i_{s-1}}\}$の均斉配列といい，$BA(N, m, s, t\,;\{\lambda_{i_0 i_1 \cdots i_{s-1}}\})$で表す．

命題 1

$\mathcal{T}$を$BA(N, m, s, 4\,;\{\lambda_{i_0 i_1 \cdots i_{s-1}}\})$とし，その情報行列$M_\mathcal{T}$は正則である．

$\Longrightarrow$ $\mathcal{T}$は分解能$V_{p,g}$のs^m-BFF計画である．

[注 1]

$p=q=s-1$ のとき，<u>命題 1</u> の逆は真である．

$BA(N, m, s, 4; \{\lambda_{i_0 i_1 \cdots i_{s-1}}\})$ から導かれる s^m-FF 計画 T の情報行列 M_T は次の Block 対角行列と相似である：

$$D \equiv diag(I_{\phi_0} \otimes K_0 ; I_{\phi_1} \otimes K_1 ; I_{\phi_2} \otimes K_2 ; I_{\phi_f} \otimes K_f)$$

すなわち $\exists Q \in O(n(p,q))$ s.t. $Q' M_T Q = D$ が成り立つ．ただし

$\phi_0 \equiv 1$ ； $\phi_1 \equiv \frac{m(m-3)}{2}$ ； $\phi_2 \equiv \binom{m-1}{2}$ ； $\phi_f \equiv m-1$

$K_\beta \equiv [k_\beta(\underline{a}, \underline{b})]$ $(\underline{a}, \underline{b} \in Z_\beta^*)$: d_β 次対称行列　$(0 \le \beta \le 2)$

$K_f \equiv [k_{f_{uv}}(\underline{u}, \underline{v})]$ $((\underline{u}:u), (\underline{v}:v) \in Z_f^*)$: d_f 次対称行列

$(d_0 \equiv 1+p+q+\binom{q}{2}$; $d_1 \equiv q+\binom{q}{2}$; $d_2 \equiv \binom{q}{2}$; $d_f \equiv p+q+2\binom{q}{2})$

ここに

$k_\beta(\underline{a}, \underline{b})$, $k_{f_{uv}}(\underline{u}, \underline{v})$: $BA(N, m, s, 4; \{\lambda_{i_0 i_1 \cdots i_{s-1}}\})$ の指標 $\lambda_{i_0 i_1 \cdots i_{s-1}}$ のある線形式

Z_β^*, Z_f^* は要因効果の重要度に関係するある種の有限列で，

$Z_0^* \equiv \{\{\underline{a}_0\} ; \{\underline{a}_i\} ; \{\underline{a}_{jj}\} ; \{\underline{a}_{k\ell}\}\}$ ； $Z_1^* \equiv \{\{\underline{a}_{jj}\} ; \{\underline{a}_{k\ell}\}\}$ ； $Z_2^* \equiv \{\{\underline{a}_{k\ell}\}\}$ ；

$Z_f^* \equiv \{\{(\underline{a}_i : 1)\} ; \{(\underline{a}_{jj} : 2)\} ; \{(\underline{a}_{k\ell} : 3), (\underline{a}_{k\ell} : 4)\}\}$

<u>命題 2</u>

T を $BA(N, m, s, 4; \{\lambda_{i_0 i_1 \cdots i_{s-1}}\})$ とする．T が分解能 $V_{p,q}$ の s^m-BFF 計画である．

$\rightleftarrows$ K_β $(0 \le \beta \le 2)$, K_f は正値定符号行列である．

<u>命題 3</u>

<u>命題 2</u> の計画 T の情報行列 M_T の固有多項式 $\psi_T(x)$ は次式で与えられる：

$$\psi_T(x) \equiv det[M_T - xI_{n(p,q)}] = \prod_{\beta=0}^{2} \{det[K_\beta - xI_{d_\beta}]\}^{\phi_\beta} \{det[K_f - xI_{d_f}]\}^{\phi_f}$$

本報告では，多次元リレーションシップ代数の構造を用いて，均斉配列 $BA(N, m, s, 4; \{\lambda_{i_0 i_1 \cdots i_{s-1}}\})$ から導かれる分解能 $V_{p,q}$ の s^m-BFF計画 T の分散分析および仮説検定の一般論をのべる．ただし $N > n(p,q)$ とする．

$E_{\underline{a}}$: $\underline{\theta}_{\underline{a}}$ に対応する E_T の $N \times n(\underline{a})$ 部分行列

$A^{\#}_{\beta}(\underline{a}, \underline{b})$ (or $A^{\#}_{f_{uv}}(\underline{u}, \underline{v})$) : 局所多次元リレーションシップ行列のある線形式で与えられる $n(\underline{a}) \times n(\underline{b})$ (or $n(\underline{u}) \times n(\underline{v})$) 行列

とする．ただし

$$n(\underline{a}) \equiv \begin{cases} 1 & (\underline{a} \in \{\underline{a}_0\}) \\ m & (\underline{a} \in \{\underline{a}_i\}) \\ \binom{m}{2} & (\underline{a} \in \{\underline{a}_{jj}\}) \\ 2\binom{m}{2} & (\underline{a} \in \{\underline{a}_{k\ell}\}) \end{cases}$$

このとき，$A^{\#}_{\beta}(\underline{a}, \underline{b})$, $A^{\#}_{f_{uv}}(\underline{u}, \underline{v})$ の性質を用いて，線形模型は，

$$\underline{y}(T) = \sum_{\beta=0}^{2} \sum_{\underline{a} \in Z^*_{\beta}} E_{\underline{a}} A^{\#}_{\beta}(\underline{a}, \underline{a}) \underline{\theta}_{\underline{a}} + \sum_{(\underline{u}:u) \in Z^*_f} E_{\underline{u}} A^{\#}_{f_{uu}}(\underline{u}, \underline{u}) \underline{\theta}_{\underline{u}} + \underline{e}_T$$

で与えられる．

[注 2]

(a) $A^{\#}_{0}(\underline{a}, \underline{a})\underline{\theta}_{\underline{a}}$ の要素 : $\underline{\theta}_{\underline{a}}$ の平均

(b) $A^{\#}_{1}(\underline{a}, \underline{a})\underline{\theta}_{\underline{a}}$, $A^{\#}_{2}(\underline{a}^*, \underline{a}^*)\underline{\theta}_{\underline{a}^*}$, $A^{\#}_{f_{uu}}(\underline{u}, \underline{u})\underline{\theta}_{\underline{u}}$ の各要素 :

　互いに直交する $\underline{\theta}_{\underline{a}}$, $\underline{\theta}_{\underline{a}^*}$, $\underline{\theta}_{\underline{u}}$ の要素の対比

(c) $A^{\#}_{\beta}(\underline{a}, \underline{a})\underline{\theta}_{\underline{a}}$ (or $A^{\#}_{f_{uu}}(\underline{u}, \underline{u})\underline{\theta}_{\underline{u}}$) には，$\phi_{\beta}$ (or ϕ_f) 個の一次独立な $\underline{\theta}_{\underline{a}}$ (or $\underline{\theta}_{\underline{u}}$) の線形母数関数が存在する．

$N \times N$ 行列 $F_{\beta}(\underline{a}, \underline{b})$, $F_{f_{uv}}(\underline{u}, \underline{v})$ を次式で定義する :

$$F_{\beta}(\underline{a}, \underline{b}) \equiv E_{\underline{a}} A^{\#}_{\beta}(\underline{a}, \underline{b}) E'_{\underline{b}} \quad \text{for } \underline{a}, \underline{b} \in Z^*_{\beta} \quad (0 \le \beta \le 2)$$

$$F_{fuv}(\underline{u},\underline{v}) \equiv E_{\underline{u}} A^{\#}_{fuv}(\underline{u},\underline{v}) E'_{\underline{v}} \quad \text{for } (\underline{u}:u),(\underline{v}:v) \in Z^*_f$$

このとき，次が成り立つ．

補題 1

(i) $F_\beta(\underline{a},\underline{c})F_\gamma(\underline{d},\underline{b}) = \delta_{\beta\gamma} K_\beta(\underline{c},\underline{d}) F_\beta(\underline{a},\underline{b})$

(ii) $F_\beta(\underline{a},\underline{b})F_{fuv}(\underline{u},\underline{v}) = F_{fuv}(\underline{u},\underline{v})F_\beta(\underline{a},\underline{b}) = O_{N\times N}$

(iii) $F_{fuw}(\underline{u},\underline{w})F_{fxv}(\underline{x},\underline{v}) = K_{fwx}(\underline{w},\underline{x})F_{fuv}(\underline{u},\underline{v})$

次に N×N 行列 P^g_β, P^t_f を次式で定義する：

$$P^g_\beta \equiv \sum_{x=0}^{1} \sum_{\underline{a},\underline{b} \in Z^{*g-x}_\beta} (-1)^x \eta^{g-x}_\beta(\underline{a},\underline{b}) F_\beta(\underline{a},\underline{b}) \quad \text{for } 0 \le g \le d_\beta - 1 \ (0 \le \beta \le 2)$$

$$P^t_f \equiv \sum_{y=0}^{1} \sum_{(\underline{u}:u),(\underline{v}:v) \in Z^{*t-y}_f} (-1)^y \eta^{t-y}_{fuv}(\underline{u},\underline{v}) F_{fuv}(\underline{u},\underline{v}) \quad \text{for } 0 \le t \le d_f - 1$$

ただし

$K_\beta(g)^{-1} \equiv [\eta^g_\beta(\underline{a},\underline{b})]$ (or $K_f(t)^{-1} \equiv [\eta^t_{fuv}(\underline{u},\underline{v})]$)：

K_β (or K_f) の $(g+1)\times(g+1)$ (or $(t+1)\times(t+1)$) 左上部分行列の逆行列

Z^{*g}_β (or Z^{*t}_f)： Z^*_β (or Z^*_f) の $(g+1)$ (or $(t+1)$) 番目までの要素で構成される左部分列

このとき，次が成り立つ．

補題 2

(i) P^g_β, P^t_f, $P_e \equiv I_N - \sum_{\beta=0}^{2}\sum_{g=0}^{d_\beta-1} P^g_\beta - \sum_{t=0}^{d_f-1} P^t_f$ ：

互いに直交する対称な巾等行列

(ii) $\mathrm{rank}[P^g_\beta] = \phi_\beta$; $\mathrm{rank}[P^t_f] = \phi_f$; $\mathrm{rank}[P_e] = N - n(P,g)$

R^N の部分空間 R^g_β, R^t_f, R_e を次式で定義する：

$$R_B^g \equiv R_{L(g-1;B)^\perp}(L(g;B)) \quad \text{for } 0 \leq g \leq d_B - 1 \quad (0 \leq B \leq 2)$$

$$R_f^t \equiv R_{L(t-1;f)^\perp}(L(t;f)) \quad \text{for } 0 \leq t \leq d_f - 1$$

$$R_e \equiv R_{E_T{}^\perp}$$

ただし

$L(g;B) \equiv [\{E_{\underline{a}} A_B^{\#}(\underline{a}, \underline{a}) \mid \underline{a} \in Z_B^{*g}\}]$

$L(t;f) \equiv [\{E_{\underline{u}} A_{fuu}^{\#}(\underline{u}, \underline{u}) \mid (\underline{u}:u) \in Z_f^{*t}\}]$

$R_{A^\perp}(B)$: $R(A)\,(\subset R(B))$ の $R(B)$ に関する直交補空間

$R_{C^\perp}$: $R(C)$ の直交補空間

このとき，次が成り立つ.

定理 1

$$R^N = R(E_T) \oplus R_e = \bigoplus_{\substack{0 \leq g \leq d_B - 1 \\ 0 \leq B \leq 2}} R_B^g \bigoplus_{0 \leq t \leq d_f - 1} R_f^t \oplus R_e$$

［注 3］

P_B^g, P_f^t, P_e は，それぞれ R^N の部分空間 R_B^g, R_f^t, R_e 上への正射影行列である.

定理 2

$$\underline{y}(T)' \underline{y}(T) = \sum_{B=0}^{2} \sum_{g=0}^{d_B - 1} S_B^g + \sum_{t=0}^{d_f - 1} S_f^t + S_e$$

ただし

$S_B^g \equiv \underline{y}(T)' P_B^g \underline{y}(T)$; $S_f^t \equiv \underline{y}(T)' P_f^t \underline{y}(T)$; $S_e \equiv \underline{y}(T)' P_e \underline{y}(T)$

定理3

$\hat{\sigma}^2 \equiv \dfrac{S_e}{N-n(p,g)}$ は σ^2 の不偏推定量である.

定理4

2次形式 $\frac{1}{\sigma^2}S_B^g$, $\frac{1}{\sigma^2}S_f^t$ の非心母数は，それぞれ次式で与えられる：

$$\frac{1}{\sigma^2}\lambda_B^g = \sum_{\underline{a},\underline{b}\in Z_B^{*(g)}} \left\{\frac{C_B^g(\underline{a},\underline{b})}{\sigma^2}\right\} \underline{\theta}'_{\underline{a}} A_B^{\#}(\underline{a},\underline{b}) \underline{\theta}_{\underline{b}} \quad \text{for } 0\le g\le d_B-1 \ (0\le B\le 2)$$

$$\frac{1}{\sigma^2}\lambda_f^t = \sum_{(\underline{u}:u),(\underline{v}:v)\in Z_f^{*(t)}} \left\{\frac{C_f^t(\underline{u}:u,\underline{v}:v)}{\sigma^2}\right\} \underline{\theta}'_{\underline{u}} A_{fuv}^{\#}(\underline{u},\underline{v}) \underline{\theta}_{\underline{v}} \quad \text{for } 0\le t\le d_f-1$$

ただし

$$C_B^g(\underline{a},\underline{b}) \equiv \sum_{x=0}^{1} \sum_{\underline{c},\underline{d}\in Z_B^{*g-x}} (-1)^x \eta_B^{g-x}(\underline{c},\underline{d})\, K_B(\underline{a},\underline{c})\, K_B(\underline{d},\underline{b})$$

$$C_f^t(\underline{u}:u,\underline{v}:v) \equiv \sum_{y=0}^{1} \sum_{(\underline{w}:w),(\underline{x}:x)\in Z_f^{*t-y}} (-1)^y \eta_{fwx}^{t-y}(\underline{w},\underline{x})\, K_{fuw}(\underline{u},\underline{w})\, K_{fxv}(\underline{x},\underline{v})$$

$Z_B^{*(g)}$ (or $Z_f^{*(t)}$)：Z_B^* (or Z_f^*) の $(g+1)$ (or $(t+1)$) 番目以降で構成される右部分列

以上の結果を要約して，次の分散分析表を得る：

表1. 分解能 $V_{p,g}$ の s^m-BFF計画の分散分析表

変動要因	平方和	自由度	非心母数
$A_B^{\#}(\underline{a},\underline{a})\underline{\theta}_{\underline{a}}$	S_B^g	ϕ_B	$\frac{\lambda_B^g}{\sigma^2}$
$A_{fuu}^{\#}(\underline{u},\underline{u})\underline{\theta}_{\underline{u}}$	S_f^t	ϕ_f	$\frac{\lambda_f^t}{\sigma^2}$
誤差項	S_e	$N-n(p,g)$	0
計	$\underline{y}(T)'\underline{y}(T)$	N	

$\underline{a}$: Z_B^* の $(g+1)$ 番目の要素

$(\underline{u}:u)$: Z_f^* の $(t+1)$ 番目の要素

次の仮説(I),(II)の検定問題を考える：

(I) $H_B^{(g)}$ vs $K_B^{(d_B)}$ $(0 \leq B \leq 2)$

(II) $H_f^{(t)}$ vs $K_{f_{44}}^{(d_f)}$

ただし

$$H_B^{(g)} \equiv \bigcap_{\underline{a} \in Z_B^{*(g)}} H_B^{\underline{a}} \ ; \quad H_B^{\underline{a}} : A_B^{\#}(\underline{a},\underline{a})\underline{\theta}_{\underline{a}} = \underline{0}_{n(\underline{a})}$$

$$H_f^{(t)} \equiv \bigcap_{(\underline{u}:u) \in Z_f^{*(t)}} H_f^{\underline{u}:u} \ ; \quad H_f^{\underline{u}:u} : A_{f_{uu}}^{\#}(\underline{u},\underline{u})\underline{\theta}_{\underline{u}} = \underline{0}_{n(\underline{u})}$$

$$K_B^{(d_B)} : A_B^{\#}(\underline{a}_{g+1g},\underline{a}_{g+1g})\underline{\theta}_{\underline{a}_{g+1g}} \neq \underline{0}_{n(\underline{a}_{g+1g})}$$

$$K_{f_{uu}}^{(d_f)} : A_{f_{uu}}^{\#}(\underline{a}_{g+1g},\underline{a}_{g+1g})\underline{\theta}_{\underline{a}_{g+1g}} \neq \underline{0}_{n(\underline{a}_{g+1g})} \quad (3 \leq u \leq 4)$$

このとき，Nested法 すなわち

(i) $H_B^{(d_B-1)}$ vs $K_B^{(d_B)}$, $H_B^{(d_B-2)}$ vs $H_B^{(d_B-1)}$, ……, $H_B^{(g)}$ vs $H_B^{(g+1)}$の検定がすべて有意でないとき，かつそのときに限り仮説(I)を採択する.

(ii) $H_f^{(d_f-1)}$ vs $K_{f_{44}}^{(d_f)}$, $H_f^{(d_f-2)}$ vs $H_f^{(d_f-1)}$, ……, $H_f^{(t)}$ vs $H_f^{(t+1)}$の検定がすべて有意でないとき，かつそのときに限り仮説(II)を採択する.

を用いて有意検定が得られるまで続ける.

Nested法に対する検定統計量は，次式で与えられる：

$$\text{(i)} \quad F_B^g \equiv \frac{S_B^g / \phi_B}{\{S_e + S_B^{(g)}\} / \{N - n(p,g) + (d_B - 1 - g)\phi_B\}}$$

$$\text{(ii)} \quad F_f^t \equiv \frac{S_f^t / \phi_f}{\{S_e + S_f^{(t)}\} / \{N - n(p,g) + (d_f - 1 - t)\phi_f\}}$$

ただし

$$\underset{\sim}{S}_B^{(g)} \equiv \sum_{x=g+1}^{d_B-1} \underset{\sim}{S}_B^x \quad ; \quad \underset{\sim}{S}_f^{(t)} \equiv \sum_{y=t+1}^{d_f-1} \underset{\sim}{S}_f^y$$

[注 4]

(a) $F_B^g \sim F_{\phi_B, N-n(p,g)+(d_B-1-g)\phi_B}\left(\frac{\lambda_B^g}{\sigma^2}\right)$

$F_f^t \sim F_{\phi_f, N-n(p,g)+(d_f-1-t)\phi_f}\left(\frac{\lambda_f^t}{\sigma^2}\right)$

(b) 仮説(I) (or (II))：採択する $\rightleftarrows$ $\lambda_B^g = 0$ (or $\lambda_f^t = 0$)

さらに次の仮説(III)の検定問題を考える：

(III) $H^{(g)}$ vs $K^{(d_0)}$ for $1 \leq g \leq d_0 - 1$

ただし

$$H^{(g)} \equiv \bigcap_{\underline{a} \in Z_0^{*(g)}} H^{\underline{a}} \quad ; \quad H^{\underline{a}} \equiv \begin{cases} \bigcap_{B=1}^{2} H_B^{\underline{a}} \bigcap_{u=3}^{4} H_f^{\underline{a}:u} & (\underline{a} \in \{\underline{a}_{kl}\}) \\ H_1^{\underline{a}} \cap H_f^{\underline{a}:2} & (\underline{a} \in \{\underline{a}_{jj}\}) \\ H_f^{\underline{a}:1} & (\underline{a} \in \{\underline{a}_i\}) \end{cases}$$

$$K^{(d_0)} \equiv \bigcup_{B=1}^{2} K_B^{(d_B)} \bigcup_{u=3}^{4} K_{f_{uu}}^{(d_f)}$$

[注 5]

(a) $H^{\underline{a}}$: $\underline{\theta}_{\underline{a}}$の要素の均一性

(b) $K^{(d_0)}$: $\underline{\theta}_{\underline{a}_{g+1g}}$の要素の不均一性

このとき，Nested 法 すなわち

(iii) $H^{(d_0-1)}$ vs $K^{(d_0)}$, $H^{(d_0-2)}$ vs $H^{(d_0-1)}$, ……, $H^{(g)}$ vs $H^{(g+1)}$の検定がすべて有意でないとき，かつそのときに限り仮説(III)を採択する.

を用いて有意検定が得られるまで続ける.

Nested法に対する検定統計量は，次式で与えられる：

$$\text{(iii)}\quad F^{g} \equiv \frac{S^{g}/\phi^{g}}{\{S_e + S^{(g)}\}/\{N-n(p,q)+\varphi(g)\}}$$

ただし

$$S^{g} \equiv \begin{cases} S_1^{g-p-1} + S_2^{g-p-q-1} + S_f^{2g-p-q-2} + S_f^{2g-p-q-1} & (p+q+1 \leq g \leq d_0-1) \\ S_1^{g-p-1} + S_f^{g-1} & (p+1 \leq g \leq p+q) \\ S_f^{g-1} & (1 \leq g \leq p) \end{cases}$$

$$S^{(g)} \equiv \begin{cases} S_1^{(g-p-1)} + S_2^{(g-p-q-1)} + S_f^{(2g-p-q-1)} & (p+q+1 \leq g \leq d_0-1) \\ S_1^{(g-p-1)} + S_f^{(g-1)} & (p+1 \leq g \leq p+q) \\ S_f^{(g-1)} & (1 \leq g \leq p) \end{cases}$$

$$\phi^{g} \equiv \begin{cases} \phi_1 + \phi_2 + 2\phi_f & (p+q+1 \leq g \leq d_0-1) \\ \phi_1 + \phi_f & (p+1 \leq g \leq p+q) \\ \phi_f & (1 \leq g \leq p) \end{cases}$$

$$\varphi(g) \equiv \begin{cases} (d_1-g+p)\phi_1 + (d_2-g+p+q)\phi_2 + (d_f-2g+p+q)\phi_f & (p+q+1 \leq g \leq d_0-1) \\ (d_1-g+p)\phi_1 + (d_f-g)\phi_f & (p+1 \leq g \leq p+q) \\ (d_f-g)\phi_f & (1 \leq g \leq p) \end{cases}$$

［注 6］

(a) $F^{g} \sim F_{\phi^{g},\, N-n(p,q)+\varphi(g)}\left(\dfrac{\lambda^{g}}{\sigma^{2}}\right)$

(b) 仮説(Ⅲ)：採択する $\rightleftarrows$ $\lambda^{g}=0$

ただし

$$
\lambda^{g} \equiv \begin{cases} \lambda_1^{g-p-1} + \lambda_2^{g-p-q-1} + \lambda_f^{2g-p-q-2} + \lambda_f^{2g-p-q-1} & (p+q+1 \leq g \leq d_0-1) \\ \lambda_1^{g-p-1} + \lambda_f^{g-1} & (p+1 \leq g \leq p+q) \\ \lambda_f^{g-1} & (1 \leq g \leq p) \end{cases}
$$

参 考 文 献

[1] Hyodo, Y. and M. Kuwada (1991): Analysis of variance of balanced fractional s^m factorial designs of resolution $V_{p,q}$. TR#7, International Institute for Natural Sciences, Kurashiki.

[2] Kuwada, M. (1988): Analysis of variance and hypotheses testing of balanced fractional 3^m factorial designs of resolution V. TR#225, Statistical Research Group, Hiroshima University, Hiroshima.

[3] Kuwada, M. (1989): Analysis of variance of balanced fractional 2^m factorial designs of resolution $2\ell+1$. Commun. Statist.-Theory Meth. 18, 3883-3905.

[4] Kuwada, M. and R. Nishii (1979): On a connection between balanced arrays and balanced fractional s^m factorial designs. J. Japan Statist. Soc. 9, 93-101.

[5] Kuwada, M. and R. Nishii (1988): On the characteristic polynomial of the information matrix of balanced fractional s^m factorial designs of resolution $V_{p,q}$. J. Statist. Plann. Inference 18, 101-114.